

СПЕЦКУРС

«Линейная алгебра и линейные дифференциальные уравнения»

Преподаватель – профессор Гарбарук Виктор Владимирович

Краткое содержание курса

Определители. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Комплексные числа. Закрепленные и скользящие векторы. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Вычисление при помощи произведений векторов площадей, объёмов, расстояний между скрещивающимися прямыми, расстояний от точки до плоскости и до прямой. Многогранники. Сравнение аналитического и геометрического способов построения сечений. Линейное пространство. Базис. Системы линейных алгебраических уравнений, их векторная и матричная запись. Действия с матрицами. Ранг матрицы. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Линейные дифференциальные уравнения и системы с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Частные и общее решения дифференциальных уравнений

Линейная алгебра и линейные дифференциальные уравнения (50 часов)

№	Дата	Тема
1		Определители 2-го и 3-го порядка. Решение систем линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера. Решение задач.
2		Поле вещественных чисел. Аксиомы. Обобщение: поле комплексных чисел. Многочлены и их корни. Действия с комплексными числами.
3		Вектор $\vec{a}(a_x; a_y)$. Линейное векторное пространство ($n = 2$). Аксиомы. Коллинеарные векторы и векторное подпространство $\lambda \cdot \vec{a}$. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость системы векторов. [Т1. Линейно зависимые векторы коллинеарны. Т2. Если два вектора линейно независимы, то любой третий вектор можно представить их линейной комбинацией. Т3. Любые 3 вектора на плоскости линейно зависимы.] Размерность и базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора в заданном базисе. Евклидово пространство. Скалярное произведение векторов. Основные метрические понятия. Ортогональность. Решение задач.
4		Базис и система координат. Ортонормированный базис. Орты \vec{i}, \vec{j} , декартова система координат. Радиус-вектор. Направляющие косинусы. Длина вектора. Векторы $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{AB}$. Закрепленные и скользящие векторы. Геометрическая интерпретация $\vec{AB} + \vec{BC}$, $\lambda \cdot \vec{AB}$, разложения вектора по базису. Проекция вектора на вектор. Деление отрезка в заданном отношении. Направляющий вектор \vec{a} и прямая как подмножество $\vec{OA} + \lambda \cdot \vec{a}$. Координатные уравнения прямой (параметрическое, через 2 точки). Нормальный вектор и уравнения прямой (общее, в отрезках). Решение задач.
5		Вектор $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$. Линейное пространство ($n = 3$). Смешанное произведение векторов. Компланарные векторы ($\vec{abc} = 0$). Линейная зависимость и независимость. [Т1, Т2, Т3] (аналогично №3). Базис. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Ортогональность. Орты $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, декартова система координат. Радиус-вектор \vec{OA} . Направляющие косинусы. Длина вектора. Вектор \vec{AB} . Компланарность векторов $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{AB} + \vec{BC}$. Плоскость как подмножество компланарных векторов $\vec{OA} + \lambda \cdot \vec{a} + \eta \cdot \vec{b}$. Координатное уравнение плоскости, проходящей через 3 точки. Уравнение плоскости, параллельной \vec{a} и проходящей через 2 точки. Нормальный вектор и уравнение плоскости. Прямая в пространстве. Решение задач.
6		Векторное произведение векторов. Вычисление при помощи произведений векторов площадей, объёмов, расстояний между прямыми, расстояний от точки до плоскости и до прямой. Решение задач.
7		Оцифровка в декартовой системе координат параллелепипедов, правильных призм и пирамид. Сравнение аналитического и геометрического способов решения задач.
8		Зачет: построение и расчет характеристик сечений многогранника.
9		Резерв.
10		Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса

		(определенные системы). Решение задач.
11		Неопределенные и несовместные системы. Однородные системы.
12		Решение систем на ЭВМ.
13		Зачёт: решение систем на ЭВМ.
14		Системы векторов и матрицы. Действия с матрицами (умножение на число, сложение, произведение матриц). Матричные многочлены. Ранг матрицы. Совместность систем линейных алгебраических уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Решение задач.
15		Векторная запись линейных алгебраических уравнений. Линейная зависимость векторов и ранг системы векторов. Представление решения неопределённой однородной системы в виде линейной комбинации частных решений. Представление решения неопределённой неоднородной системы в виде суммы решений однородной неопределенной системы и частного решения неоднородной системы.
16		Производная e^{kx} , $\sin kx$, $\cos kx$. Линейная независимость функций. Определитель Вронского.
17		Линейные дифференциальные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Частные и общее решения д.у.
18		Линейные дифференциальные однородные уравнения с постоянными коэффициентами второго порядка. Решение задач.
19		Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Представление решения неоднородного д.у. в виде суммы решений однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.
20		Метод Лагранжа отыскания частного решения неоднородного д.у.
21		Собственные значения и собственные векторы матрицы. Характеристический многочлен. Решение задач.
22		Решение однородных систем линейных д.у.
23		Зачет: решение дифференциальных уравнений.
24		Резерв
25		Обзорная лекция

Литература

- 1) Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.
- 2) Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.
- 3) Киселев А.И., Краснов М.Л., Макаренко Г.И. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Дополнительная литература

- 1) Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств.
- 2) Боревич Определители и матрицы.
- 3) Головова Л.И. Линейная алгебра и некоторые её приложения.
- 4) Мальцев А.И. Основы линейной алгебры.